

## Journées du GRAM 2010



[www.bipm.org](http://www.bipm.org)

**Le Système international  
d'unités (SI):  
son évolution éventuelle et des  
conséquences pour les constantes  
fondamentales**

**Richard DAVIS**  
[rdavis@bipm.org](mailto:rdavis@bipm.org)

# Plan

- **Le Système international d'unités**
  - Unités de base (sauf la candela);
  - Relation avec les constantes fondamentales de la physique; le rôle du CODATA TGFC;
  - Corrélations entre les valeurs des constantes;
  - La constante newtonienne,  $G$ .
- **Systèmes d'unités basés sur les constantes fondamentales**
- **Le nouveau SI (proposition)**
  - Ce qui change.
  - Ce qui ne change pas.
- **Quelques références supplémentaires**

# Le SI actuel /1

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. (1967/68)

$\nu(\text{hfs Cs})$  a une valeur numérique exacte

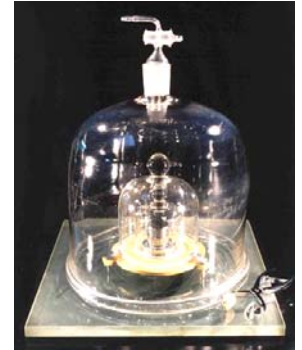
Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde. (1983)

$c_0$  a une valeur numérique exacte

## Le SI actuel /2

Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme. (1889 (!!)/1901)

$m(\mathcal{K})$  a une valeur numérique exacte: 1 kg



L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à  $2 \times 10^{-7}$  newton par mètre de longueur. (1946)

$\mu_0$  a une valeur numérique exacte :  $4\pi \times 10^{-7}$  N A<sup>-2</sup>

# Le SI actuel /3

Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction  $1/273,16$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau. (1954)

$T_{\text{pte}}$  a une valeur numérique exacte



La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 **kilogramme** de carbone 12 ; son symbole est « mol ». (1971)

$M(^{12}\text{C})$  a une valeur numérique exacte: 0,012 **kg/mol**

# SI actuel, récapitulation

6 grandeurs dont valeurs numériques exactes

⇒ 6 unités de base (7 avec la candela)

seconde:  $\nu$  (hfs Cs)

mètre:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$

kilogramme:  $m(\mathcal{K})$

ampère:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$ ,  $m(\mathcal{K})$ ,  $\mu_0$

kelvin:  $T_{\text{pte}}$

mole:  $M(^{12}\text{C})$

Brochure sur le SI (8<sup>e</sup> éd.)  
<http://www.bipm.org/fr/si/>

## quelques formules importantes

$$c_0^2 \mu_0 \varepsilon_0 = 1 \quad Z_0 = \mu_0 c_0 \approx 377 \Omega$$

$$\alpha = \mu_0 c_0 \frac{e^2}{2h} = \frac{Z_0}{2R_K} \quad u_r(\alpha) = 6,8 \times 10^{-10}$$

$$\frac{h}{m_e} = \frac{\alpha^2 c_0}{2R_\infty} \quad N_A m(^{12}\text{C}) = M(^{12}\text{C}) \quad \frac{m_e}{m(^{12}\text{C})} = A_r(\text{e})$$

$u_r(N_A) = u_r(h)$

$$u_r(h / m_e) = 1,4 \times 10^{-9}$$

$$u_r(A_r(\text{e})) = 4,2 \times 10^{-10}$$

**CODATA-2006 LSA Recommended Values**

*Rev. Mod. Phys.*, **80**, 2008, pp. 633-730

# Corrélations (dus principalement au kilogramme)

## Tiré de CODATA-2006 LSA

TABLE L The variances, covariances, and correlation coefficients of the values of a selected group of constants based on the 2006 CODATA adjustment. The numbers in bold above the main diagonal are  $10^{16}$  times the numerical values of the relative covariances; the numbers in bold on the main diagonal are  $10^{16}$  times the numerical values of the relative variances; and the numbers in italics below the main diagonal are the correlation coefficients.<sup>a</sup>

	$\alpha$	$h$	$e$	$m_e$	$N_A$	$m_e/m_\mu$	$F$
$\alpha$	<b>0.0047</b>	<b>0.0002</b>	<b>0.0024</b>	<b>-0.0092</b>	<b>0.0092</b>	<b>-0.0092</b>	<b>0.0116</b>
$h$	<i>0.0005</i>	<b>24.8614</b>	<b>12.4308</b>	<b>24.8611</b>	<b>-24.8610</b>	<b>-0.0003</b>	<b>-12.4302</b>
$e$	<i>0.0142</i>	<i>0.9999</i>	<b>6.2166</b>	<b>12.4259</b>	<b>-12.4259</b>	<b>-0.0048</b>	<b>-6.2093</b>
$m_e$	<i>-0.0269</i>	<i>0.9996</i>	<i>0.9992</i>	<b>24.8795</b>	<b>-24.8794</b>	<b>0.0180</b>	<b>-12.4535</b>
$N_A$	<i>0.0269</i>	<i>-0.9996</i>	<i>-0.9991</i>	<i>-1.0000</i>	<b>24.8811</b>	<b>-0.0180</b>	<b>12.4552</b>
$m_e/m_\mu$	<i>-0.0528</i>	<i>0.0000</i>	<i>-0.0008</i>	<i>0.0014</i>	<i>-0.0014</i>	<b>6.4296</b>	<b>-0.0227</b>
$F$	<i>0.0679</i>	<i>-0.9975</i>	<i>-0.9965</i>	<i>-0.9990</i>	<i>0.9991</i>	<i>-0.0036</i>	<b>6.2459</b>

<sup>a</sup>The relative covariance is  $u_r(x_i, x_j) = u(x_i, x_j)/(x_i x_j)$ , where  $u(x_i, x_j)$  is the covariance of  $x_i$  and  $x_j$ ; the relative variance is  $u_r^2(x_i) = u_r(x_i, x_i)$ ; and the correlation coefficient is  $r(x_i, x_j) = u(x_i, x_j)/[u(x_i)u(x_j)]$ .

par exemple,

$$u_r(h) = 5,0 \times 10^{-8}$$

$$u_r(m_e) = 5,0 \times 10^{-8}$$

$$\frac{h}{m_e} = \frac{\alpha^2 c_0}{2 R_\infty}$$

mais

$$u_r(h/m_e) = 1,4 \times 10^{-9}$$

$$u_r(h / m_e) = 1,4 \times 10^{-9}$$



# Facteurs entre SI et non-SI unités d'énergie

par exemple:

$$1 \text{ Hz} = \{ h \} \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = \{ e \} \text{ J}$$

$\{X\}$  est la valeur numérique de la grandeur  $X$  exprimée en unités SI.

Ces facteurs peuvent changer légèrement selon des expériences si les valeurs numériques de  $h$  et  $e$  ne sont pas exactes.

# Rappel

## X. NEWTONIAN CONSTANT OF GRAVITATION $G$

Because there is no known quantitative theoretical relationship between the Newtonian constant of gravitation  $G$  and other fundamental constants, and because currently available experimental values of  $G$  are independent of all other data relevant to the 2006 adjustment, these experimental values contribute only to the determination of the 2006 recommended value of  $G$  and can be considered independently from the other data.

***CODATA-2006 LSA***

## systemes non-SI évalués par le CODATA TGFC

Unités de Planck: basés sur les constantes:  $G$ ,  $\hbar$ ,  $k_B$ ,  $c_0$ ,  $[\epsilon_0]$

- pour construire les unités de masse, longueur, temps, température [et charge]
- par exemple, le temps de Planck,  $t_p$ , est basé sur  $(\hbar G/c_0^5)^{1/2}$

« Natural units »: basés sur les constantes:  $\hbar$ ,  $m_e$ ,  $c_0$

- pour construire les unités de masse, longueur et temps.
- par exemple, la masse « naturelle » est basée sur  $m_e$

Nouveau SI (proposé) :  $\nu(\text{hfs Cs})$ ,  $c_0$ ,  $h$ ,  $e$ ,  $k_B$ ,  $N_A$

- pour construire les unités de **temps**, **longueur**, **masse**, **intensité**, **température** et **quantité de la matière**.
- par exemple,  $1 \text{ kg} = A h \nu(\text{hfs Cs})/c_0^2$ .  $A$  est une constante exacte, sans dimension.  $A \nu(\text{hfs Cs})$  a l'air d'être la fréquence de Compton pour 1 kg. (mais  $A \nu(\text{hfs Cs}) \gg 1/t_p \dots$ )

# vers un SI « quantique »

## le SI actuel

seconde:  $\nu$  (hfs Cs)

metre:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$

kilogramme:  $m(\mathcal{K})$

ampère:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$ ,  $m(\mathcal{K})$ ,  $\mu_0$

kelvin:  $T_{\text{pte}}$  (V-SMOW)

mole:  $M(^{12}\text{C})$

$$\alpha = \frac{\mu_0 c_0 e^2}{2h}$$

---

## le SI de 2015?

seconde:  $\nu$  (hfs Cs)

metre:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$

kilogramme:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$ ,  $h$

ampère:  $\nu$  (hfs Cs),  $e$

kelvin:  $\nu$  (hfs Cs),  $c_0$ ,  $h$ ,  $k_B$

mole:  $N_A$

$$\alpha = \frac{\mu_0 c_0 e^2}{2h}$$

# Nouveau SI: unités de base ou base de grandeurs?

unités de base (sauf la candela): s, m, kg, A, K, mol

unité de  $h$  :  $s^{-1} m^2 kg^1 A^0 K^0 mol^0 \rightarrow (-1, 2, 1, 0, 0, 0)$

$X =$

	$\nu(\text{Cs})$	$c_0$	$h$	$e$	$k_B$	$N_A$
s	-1	-1	-1	-1	-2	0
m	0	1	2	0	2	0
kg	0	0	1	0	1	0
A	0	0	0	1	0	0
K	0	0	0	0	-1	0
mol	0	0	0	0	0	-1

**P.J. Mohr, « Defining units in the quantum-based SI »  
*Metrologia* 45 (2008) 129.**

$X^{-1} =$

	s	m	kg	A	K	mol
$\nu(\text{Cs})$	-1	-1	1	-1	1	0
$c_0$	0	1	-2	0	0	0
$h$	0	0	1	0	1	0
$e$	0	0	0	1	0	0
$k_B$	0	0	0	0	-1	0
$N_A$	0	0	0	0	0	-1

$$1 \text{ kg} = A \cdot \nu(\text{hfs Cs})^1 c_0^{-2} h^1$$

**nota: la valeur de  $A$  (sans dimension) est déterminée exactement par rapport des valeurs numériques exactes des 3 constantes.  $A \approx 1,5 \times 10^{40}$**

# Quoi de neuf? /1

**Les deux prochaines feuilles se trouvent ici:**

**<http://www.bipm.org/en/committees/cc/ccu/>**

**Présentation du Prof. Ian Mills, Président du Comité consultatif des unités (CCU), à la 23<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM), 2007.**

**Les incertitudes sont tirées du CODATA-2006 LSA.**

<i>unit</i>	<i>constant used as reference</i>	<i>symbol</i>	<i>relative uncertainty in the current SI</i>		<i>relative uncertainty in the new SI</i>	
<b>kg</b>	mass of IPK	$m(\text{K})$	exact	0	exptl	$5.0 \times 10^{-8}$
	Planck const	$h$	exptl	$5.0 \times 10^{-8}$	exact	0
<b>A</b>	magnetic const	$\mu_0$	exact	0	exptl	$6.8 \times 10^{-10}$
	elementary charge	$e$	exptl	$2.5 \times 10^{-8}$	exact	0
<b>K</b>	temp of TPW	$T_{\text{TPW}}$	exact	0	exptl	$1.7 \times 10^{-6}$
	Boltzmann const	$k$	exptl	$1.7 \times 10^{-6}$	exact	0
<b>mol</b>	molar mass $^{12}\text{C}$	$M(^{12}\text{C})$	exact	0	exptl	$1.4 \times 10^{-9}$
	Avogadro const	$N_{\text{A}}$	exptl	$5.0 \times 10^{-8}$	exact	0

# Relative standard uncertainties for a selection of fundamental constants multiplied by $10^8$ (i.e. in parts per hundred million)

$u_r(\alpha)$ ;  $2u_r(\alpha)$ ;  $u_r(\alpha)/2$

constant	current SI	new SI
$m(\mathcal{K})$	0	<b>5.0</b>
$h$	5.0	<b>0</b>
$e$	2.5	<b>0</b>
$k_B$	170	<b>0</b>
$N_A$	5.0	<b>0</b>
$R$	170	<b>0</b>
$F$	2.5	<b>0</b>
$\sigma$	700	<b>0</b>
$m_e$	5.0	<b>0.14</b>
$m_u$	5.0	<b>0.14</b>
$m(^{12}\text{C})$	5.0	<b>0.14</b>
$M(^{12}\text{C})$	0	<b>0.14</b>

constant	current SI	new SI
$\alpha$	0.068	<b>0.068</b>
$K_J$	2.5	<b>0</b>
$R_K$	0.068	<b>0</b>
$\mu_0$	0	<b>0.068</b>
$\epsilon_0$	0	<b>0.068</b>
$Z_0$	0	<b>0.068</b>
$q_P$	2.5	<b>0.034</b>
$\text{J} \leftrightarrow \text{kg}$	0	<b>0</b>
$\text{J} \leftrightarrow \text{m}^{-1}$	5.0	<b>0</b>
$\text{J} \leftrightarrow \text{Hz}$	5.0	<b>0</b>
$\text{J} \leftrightarrow \text{K}$	170	<b>0</b>
$\text{J} \leftrightarrow \text{eV}$	2.5	<b>0</b>



# Plus ça change...

des valeurs et incertitudes qui restent inchangées:

$\nu(\text{hfs Cs}), c_0$  [valeurs numériques déjà exactes]

$h/m(X)$  [unité:  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$  (longueur et temps)]

X est une entité atomique ou sub-atomique

$m(X)/m(^{12}\text{C}) = A_r(X), \alpha, \dots$  [sans dimension]

**G** [le nouveau SI n'aide pas]

## une petite sélection des autres articles, etc.

1. Mills I.M., Mohr P.J., Quinn T.J., Taylor B.N., Williams E.R.  
« Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM Recommendation 1 (CI-2005) » *Metrologia*, 2006, **43**, n°3, 227-246
2. « Sur l'éventuelle redéfinition de certaines unités de base du Système international d'unités (SI)-Résolution 12 »  
La 23<sup>e</sup> Conférence générale des poids et mesures (2007)
3. Bordé C.J. « Base units of the SI, fundamental constants and modern quantum physics » *Phil. Trans. R. Soc. A*, **363**, 2177-2201 (2005)
4. Académie des sciences: Le Comité « Science et métrologie »  
[http://www.academie-sciences.fr/comites/comite\\_metrologie.htm](http://www.academie-sciences.fr/comites/comite_metrologie.htm)
5. Andreas, B. et al. «An accurate determination of the Avogadro constant by counting the atoms in a <sup>28</sup>Si crystal»  
[arXiv:1010.2317v1](https://arxiv.org/abs/1010.2317v1)