

# Modélisation de la rotation de Mercure pour la mission Bepi-Colombo

Benoît Noyelles

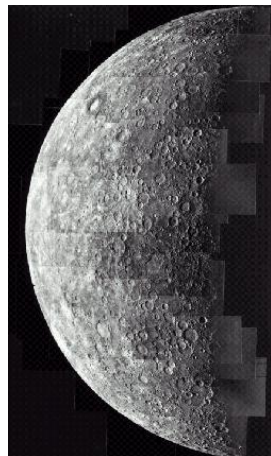
Collaborateurs : S. D'Hoedt, J. Dufey, A. Lemaître &  
N. Rambaux

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix & FNRS  
Namur, BELGIQUE

GRAM 2010 – Nice

# Mercure

- Résonance spin-orbite 3 : 2
- Excentricité  $\approx 0.206$
- Période orbitale: 88 jours  
(rotation en 58 jours)
- Période du périhélie:  $\approx 235000$   
ans
- Cible de 2 missions spatiales:  
MESSENGER et Bepi-Colombo  
(2014)



# Observations de sa rotation

## Ce qu'on sait

- 1965 : Mercure est en résonance spin-orbite 3 : 2 (Pettengill & Dyce)
- 2007 : Librations en longitude de 88 jours à  $35.8 \pm 2$  arcsec (Margot et al.)  
→ Mercure a un noyau liquide  
Obliquité =  $2.11 \pm 0.1$  arcmin

## Ce qu'on espère observer

- Perturbations planétaires dans les librations en longitude
- Champ de gravité de Mercure ( $J_2$ ,  $C_{22}$ ,  $S_{22}$ , etc.)

## Observations de sa rotation

### Ce qu'on sait

- 1965 : Mercure est en résonance spin-orbite 3 : 2 (Pettengill & Dyce)
- 2007 : Librations en longitude de 88 jours à  $35.8 \pm 2$  arcsec (Margot et al.)  
→ Mercure a un noyau liquide  
Obliquité =  $2.11 \pm 0.1$  arcmin

### Ce qu'on espère observer

- Perturbations planétaires dans les librations en longitude
- Champ de gravité de Mercure ( $J_2$ ,  $C_{22}$ ,  $S_{22}$ , etc.)

# Introduction d'un noyau fluide

## Première approximation: un noyau liquide sphérique

- Pas d'interaction noyau-manteau
- Mercure = un manteau avec une cavité vide

## Conséquences

- Devrait convenir pour le mouvement à court terme (librations en longitude)
- Mercure doit être considérée comme rigide sur le long terme (variations de l'obliquité)

# Introduction d'un noyau fluide

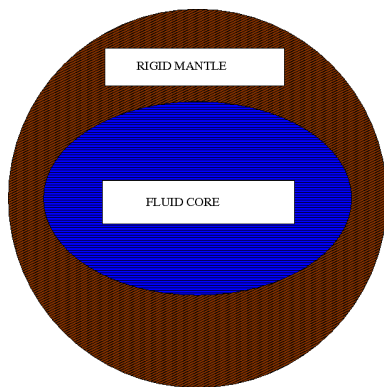
## Première approximation: un noyau liquide sphérique

- Pas d'interaction noyau-manteau
- Mercure = un manteau avec une cavité vide

## Conséquences

- Devrait convenir pour le mouvement à court terme (librations en longitude)
- Mercure doit être considérée comme rigide sur le long terme (variations de l'obliquité)

# Un noyau triaxial



$$\epsilon_1 = \frac{2C - A - B}{2C} = J_2 \frac{MR^2}{C}$$

$$\epsilon_2 = \frac{B - A}{2C} = 2C_{22} \frac{MR^2}{C}$$

$$\epsilon_3 = \frac{2C_c - A_c - B_c}{2C_c}$$

$$\epsilon_4 = \frac{B_c - A_c}{2C_c}$$

$$\delta = C_c / C$$

# Le modèle dynamique

- Un noyau fluide de densité uniforme couplé avec un manteau rigide (modèle de Poincaré-Hough, cf. Touma & Wisdom (2001))
- Les ellipsoïdes d'inertie du manteau et du noyau sont alignés
- La rotation de Mercure est perturbée par l'attraction gravitationnelle du Soleil



# Le Hamiltonien du problème

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} = & \frac{n}{2(1-\delta)} \left( P^2 + \frac{P_c^2}{\delta} + 2\sqrt{PP_c}(\eta_1\eta_2 - \xi_1\xi_2) + 2\left(P\frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{2} + P_c\frac{\xi_1^2 + \eta_1^2}{2} - PP_c\right) \right) \\
 & + \frac{n\epsilon_1}{2(1-\delta)^2} \left( P(\xi_1^2 + \eta_1^2) + P_c(\xi_2^2 + \eta_2^2) + 2\sqrt{PP_c}(\eta_1\eta_2 - \xi_1\xi_2) \right) \\
 & + \frac{n\epsilon_2}{2(1-\delta)^2} \left( P(\xi_1^2 - \eta_1^2) + P_c(\xi_2^2 - \eta_2^2) - 2\sqrt{PP_c}(\eta_1\eta_2 + \xi_1\xi_2) \right) \\
 & - \frac{n\epsilon_3}{2(1-\delta)^2} \left( \delta P(\xi_1^2 + \eta_1^2) + \left(2 - \frac{1}{\delta}\right)P_c(\xi_2^2 + \eta_2^2) + 2\delta\sqrt{PP_c}(\eta_1\eta_2 - \xi_1\xi_2) \right) \\
 & + \frac{n\epsilon_4}{2(1-\delta)^2} \left( \delta P(\eta_1^2 - \xi_1^2) + \left(2 - \frac{1}{\delta}\right)P_c(\eta_2^2 - \xi_2^2) + 2\delta\sqrt{PP_c}(\eta_1\eta_2 + \xi_1\xi_2) \right) \cdot \\
 & - \frac{3}{2} \frac{\mathcal{G}M}{nd^3} (\epsilon_1(x^2 + y^2) + \epsilon_2(x^2 - y^2))
 \end{aligned}$$

# Les fréquences propres

## Les variables canoniques

$$p = l + g + h,$$

$$r = -h,$$

$$\xi_1 = -\sqrt{2P(1 - \cos J)} \sin l,$$

$$\xi_2 = \sqrt{2P_c(1 + \cos J_c)} \sin l_c,$$

$$P = \frac{G}{nC},$$

$$R = P(1 - \cos K),$$

$$\eta_1 = \sqrt{2P(1 - \cos J)} \cos l,$$

$$\eta_2 = \sqrt{2P_c(1 + \cos J_c)} \cos l_c.$$

$\epsilon_3/\epsilon_1$	0	0.1	1	3	3
$\epsilon_4/\epsilon_2$	0	0	1	3	0
$T_u$ (a)	12.05800	12.05775	12.05772	12.05777	12.05773
$T_v$ (a)	615.77	(long)	1636.43	1214.91	1216.09
$T_w$ (a)	337.82	337.82	337.87	338.14	338.20
$T_z$ (j)	–	58.630	58.619	58.585	58.585

Résonance exacte: 58.646 jours

# Les fréquences propres

## Les variables canoniques

$$p = l + g + h,$$

$$r = -h,$$

$$\xi_1 = -\sqrt{2P(1 - \cos J)} \sin l,$$

$$\xi_2 = \sqrt{2P_c(1 + \cos J_c)} \sin l_c,$$

$$P = \frac{G}{nC},$$

$$R = P(1 - \cos K),$$

$$\eta_1 = \sqrt{2P(1 - \cos J)} \cos l,$$

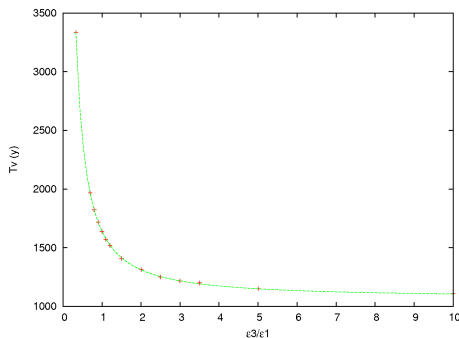
$$\eta_2 = \sqrt{2P_c(1 + \cos J_c)} \cos l_c.$$

$\epsilon_3/\epsilon_1$	0	0.1	1	3	3
$\epsilon_4/\epsilon_2$	0	0	1	3	0
$T_u$ (a)	12.05800	12.05775	12.05772	12.05777	12.05773
$T_v$ (a)	615.77	(long)	1636.43	1214.91	1216.09
$T_w$ (a)	337.82	337.82	337.87	338.14	338.20
$T_z$ (j)	–	58.630	58.619	58.585	58.585

Résonance exacte: 58.646 jours

# Librations libres de l'obliquité

## L'influence d'une résonance



$$T_V = A\epsilon_3^B + C$$

$$A = 564 \pm 4.146$$

$$B = -1.25224 \pm 6.003 \times 10^{-3}$$

$$C = 1074.3 \pm 3.233$$

$$T_V \approx T_{Vr} + A\epsilon_3^{-5/4}$$

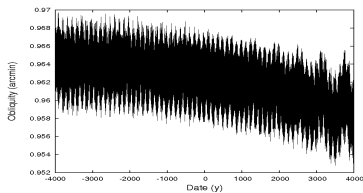
# Le mouvement en longitude

N	$l_o$	$l_v$	$l_e$	$l_j$	$l_s$	$\varpi$	Période	Amplitude	Ratio
1	-	-	-	1	-	-	11.862 y	43.711 as	1.2193
2	1	-	-	-	-	-	87.970 d	35.848 as	1.0000
3	2	-	-	-	-	-	43.985 d	3.754 as	0.1047
4	2	-5	-	-	-	2	5.664 y	3.597 as	0.1003
5	-	-	-	-	2	-	14.729 y	1.568 as	0.0437
6	-	-	-	2	-	-	5.931 y	1.379 as	0.0385
7	1	-	-4	-	-	1	6.575 y	0.578 as	0.0161
8	3	-	-	-	-	-	29.323 d	0.386 as	0.0108

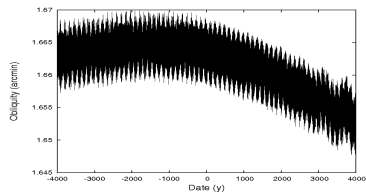
(Dufey et al. 2009, Peale et al. 2009)

INDÉPENDANT DE LA FORME DU NOYAU

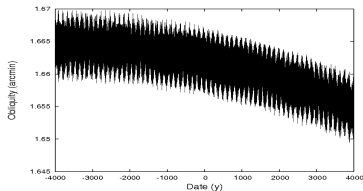
# L'obliquité du manteau



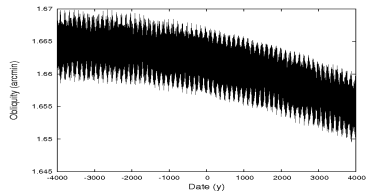
$$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 0$$



$$\epsilon_3 = \epsilon_1/10, \epsilon_4 = 0$$

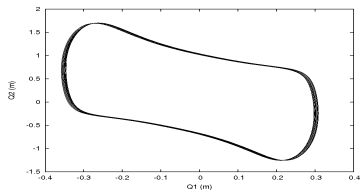


$$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$$

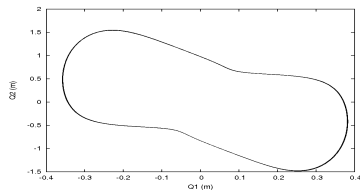


$$\epsilon_3 = 3\epsilon_1, \epsilon_4 = 0$$

# Le mouvement du pôle



$$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$$

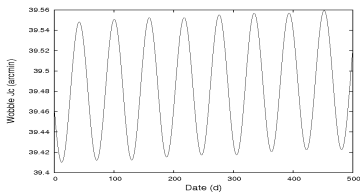


$$\epsilon_3 = 3\epsilon_1, \epsilon_4 = 0$$

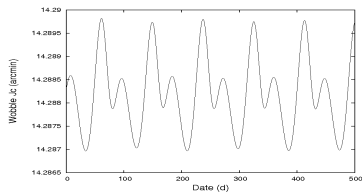
$$Q_1 = R_p \sin J_m \sin I_m [1 + (C_m - A_m)/C_m]$$

$$Q_2 = R_p \sin J_m \cos I_m [1 + (C_m - B_m)/C_m]$$

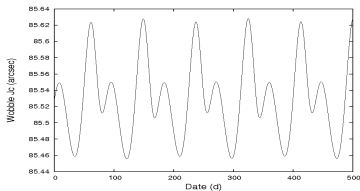
## Le noyau



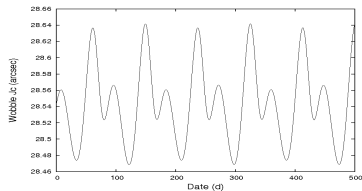
$$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 0$$



$$\epsilon_3 = \epsilon_1/10, \epsilon_4 = 0$$



$$\epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$$



$$\epsilon_3 = 3\epsilon_1, \epsilon_4 = 0$$



# Notre participation dans BepiColombo

## Mercury Orbiter RadioScience Experiment (MORE)

- Embarqué sur le MPO (Mercury Planetary Orbiter)
- Pls : L. Iess (Rome) & A. Milani (Pise)

## Notre travail avec Pise

- Réalisation d'un simulateur des expériences de relativité générale, détermination du champ de gravité de Mercure et de sa rotation
- À Namur : on modélise la rotation

# Inclusion de la rotation dans le simulateur

## Notre travail

- Job : fournir la matrice de passage de l'écliptique J2000 au repère des axes principaux d'inertie de Mercure à toute date de la mission (ainsi que ses dérivées partielles)
- Objectif : inverser pour obtenir la taille du noyau ainsi que le moment d'inertie polaire

## Problèmes techniques

- Modéliser à la fois les libérations en longitude et l'obliquité
- Ne pas avoir de libérations libres dans le modèle

# Inclusion de la rotation dans le simulateur

## Notre travail

- Job : fournir la matrice de passage de l'écliptique J2000 au repère des axes principaux d'inertie de Mercure à toute date de la mission (ainsi que ses dérivées partielles)
- Objectif : inverser pour obtenir la taille du noyau ainsi que le moment d'inertie polaire

## Problèmes techniques

- Modéliser à la fois les librations en longitude et l'obliquité
- Ne pas avoir de librations libres dans le modèle

# Élimination des librations libres

## 1ère idée : Introduction d'une dissipation

- Fonctionne très bien en longitude car dissipation "suffisamment" lente
- Ne fonctionne pas en obliquité

## Solution : Ajustement des conditions initiales

- Décomposition de l'obliquité sous forme de séries sinusoïdales à longue période
- Ajustement de l'amplitude sous la forme

$$A = \frac{C/(MR^2)}{\beta + \gamma C_{20} + \delta C_{22}}$$

# Conclusions et perspectives

## Conclusions

- La forme du noyau ne peut pas être déterminée par des observations des mouvements longitudinaux et polaires
- La dynamique du noyau est soumise à la proximité d'une résonance
- L'obliquité devrait permettre de trouver le moment d'inertie polaire

## Perspectives : en attente de MESSENGER...

- Insertion orbitale : 18 mars 2011
- Données des 3 flybys insuffisantes
- Lancement de BepiColombo : 2014

## Pour en savoir plus . . .

- D'Hoedt S., Noyelles B., Dufey J. & Lemaître A., 2009, *Determination of an instantaneous Laplace plane for Mercury's rotation*, *Advances in Space Research*, 44, 597-603
- Dufey J., Lemaître A. & Rambaux N., 2008, *Planetary perturbations on Mercury's libration in longitude*, *CM&DA*, 101, 141-157
- Dufey J., Noyelles B., Rambaux N. & Lemaître A., 2009, *Latitudinal librations of Mercury with a fluid core*, *Icarus*, 203, 1-12
- Noyelles B., Dufey J. & Lemaître A., 2010, *Core-mantle interactions for Mercury*, *MNRAS*, 407, 479-496