

Sur la rotation de Janus et Epiméthée

Philippe Robutel
(*IMCCE*)

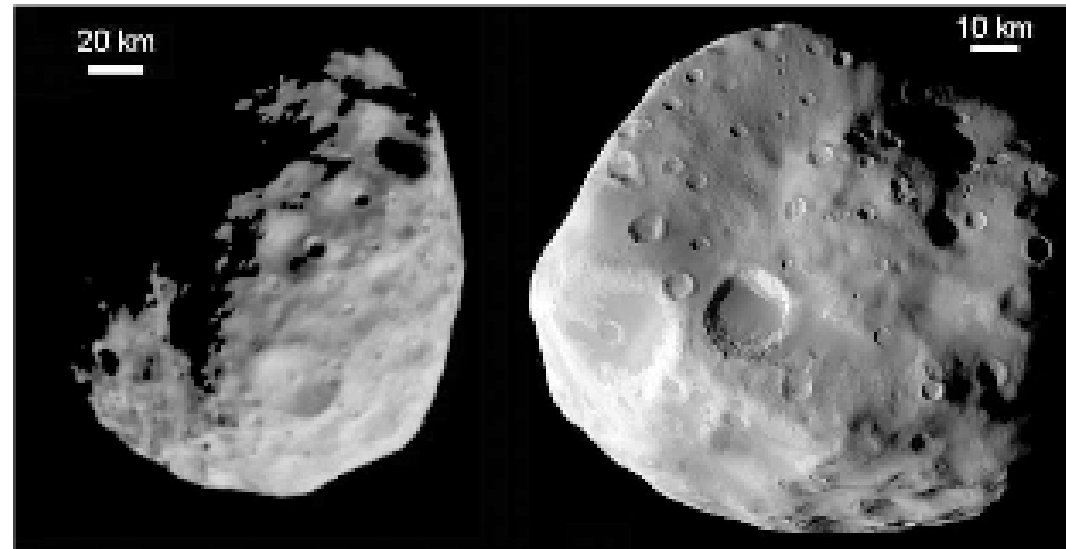
Nicolas Rambaux
(*P6, IMCCE*)

Julie Castillo-rogez
(*JPL , Caltech*)

Janus

$a = 97.4 \text{ km}$
 $b = 96.9 \text{ km}$
 $c = 76.2 \text{ km}$

Porco (2007)



Epiméthée

$a = 58.0 \text{ km}$
 $b = 58.7 \text{ km}$
 $c = 53.2 \text{ km}$



Epimetheus passes in front of Janus. April 1, 2010 (Credit: NASA/JPL/Space Science Institute)

Pourquoi s'intéresser à ces satellites ?

Pourquoi s'intéresser à ces satellites ?

Mouvement orbital très particulier : influence sur la rotation ?

Pourquoi s'intéresser à ces satellites ?

Mouvement orbital très particulier : influence sur la rotation ?

Epiméthée est le seul satellite naturel avec la Lune et Phobos dont on a mesuré la libration.

Pourquoi s'intéresser à ces satellites ?

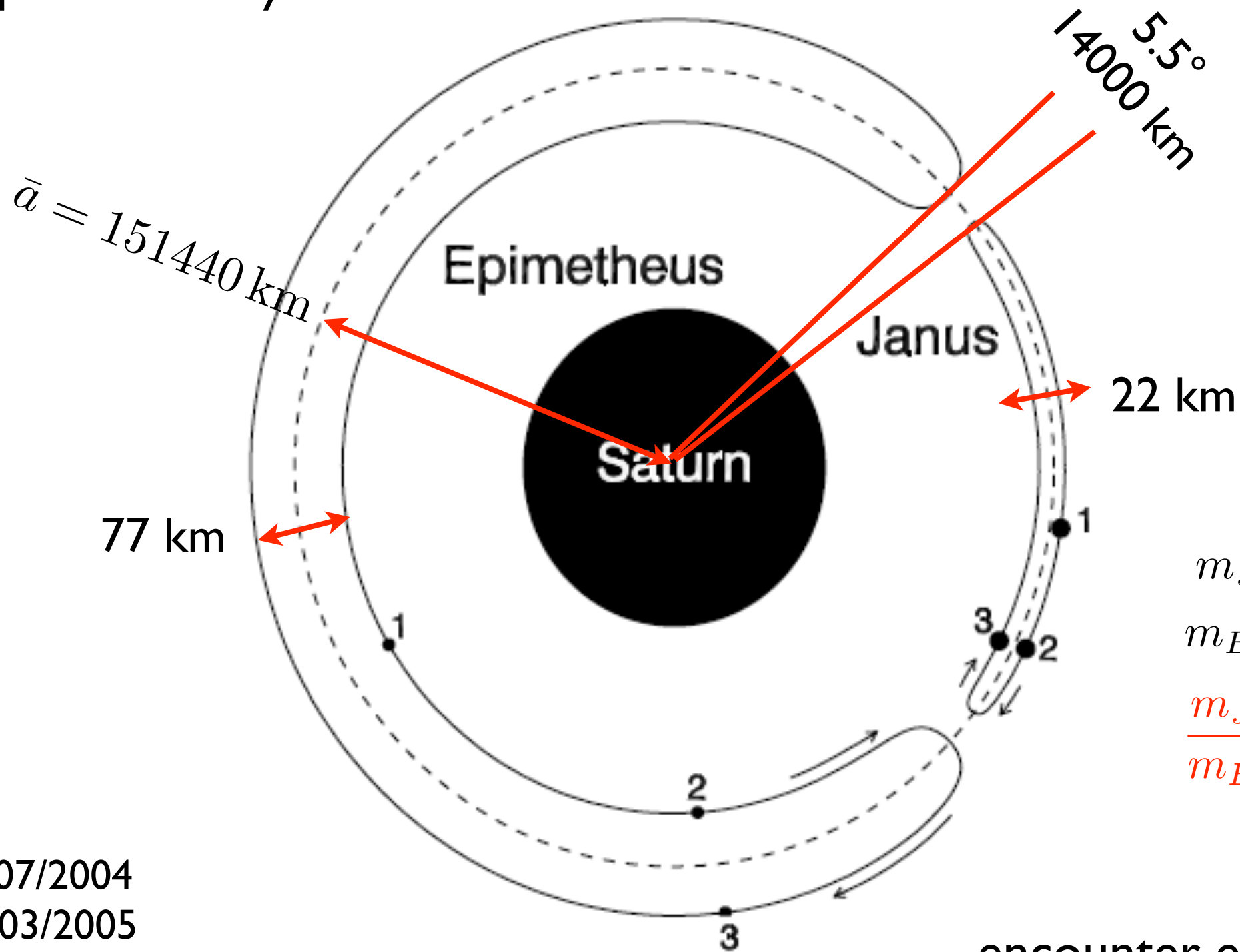
Mouvement orbital très particulier : influence sur la rotation ?

Epiméthée est le seul satellite naturel avec la Lune et Phobos dont on a mesuré la libration.

Tiscareno, Thomas et Burns (Icarus 2009): Déduisent des images Cassini un modèle de forme et de rotation de Janus et Epiméthée

Janus and Epimetheus execute horseshoe orbits in rotating frame

Orb. period .69 days



$$m_J \approx 3.3410^{-9} M_S$$

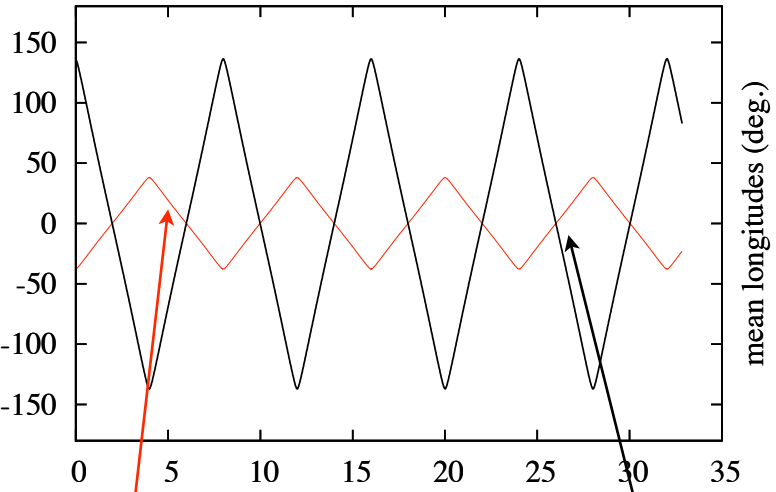
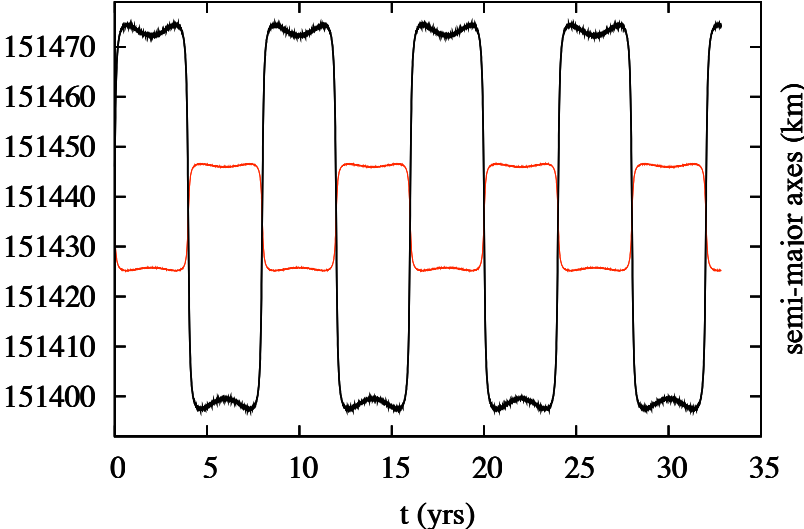
$$m_E \approx 9.2610^{-10} M_S$$

$$\frac{m_J}{m_E} \approx 3.36$$

- 1: 1/07/2004
- 2: 21/03/2005
- 3: 9/09/2006

encounter every 4 years

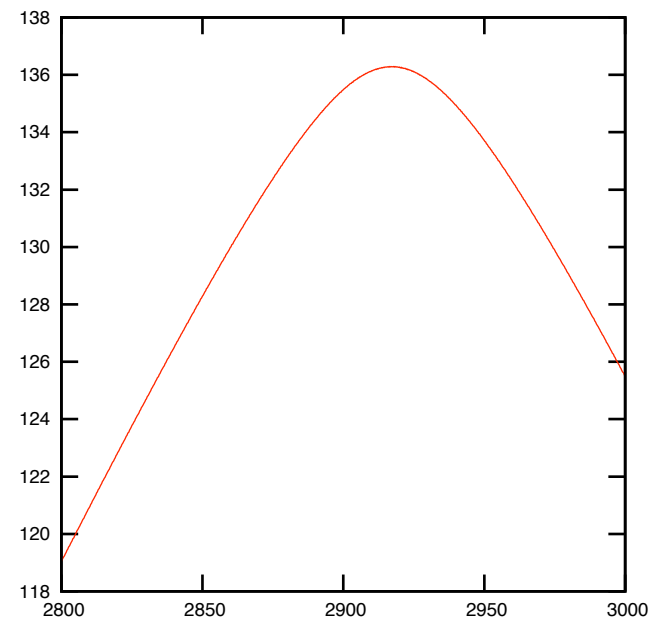
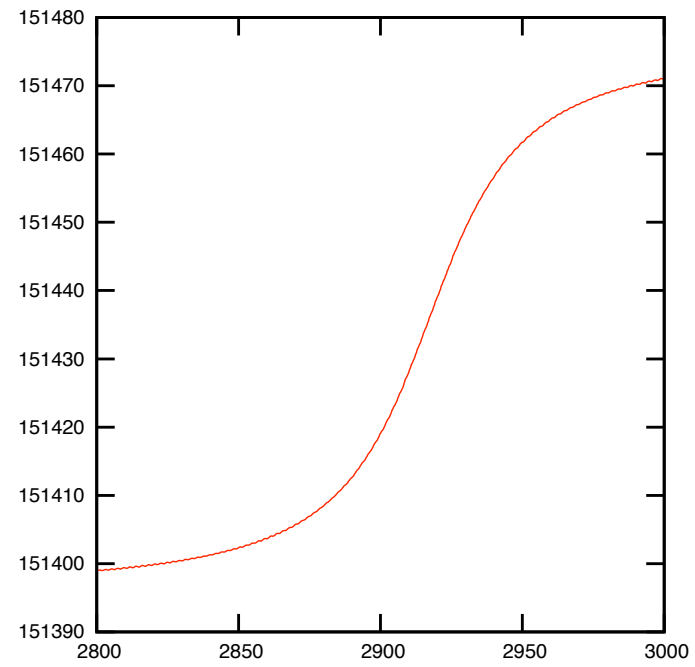
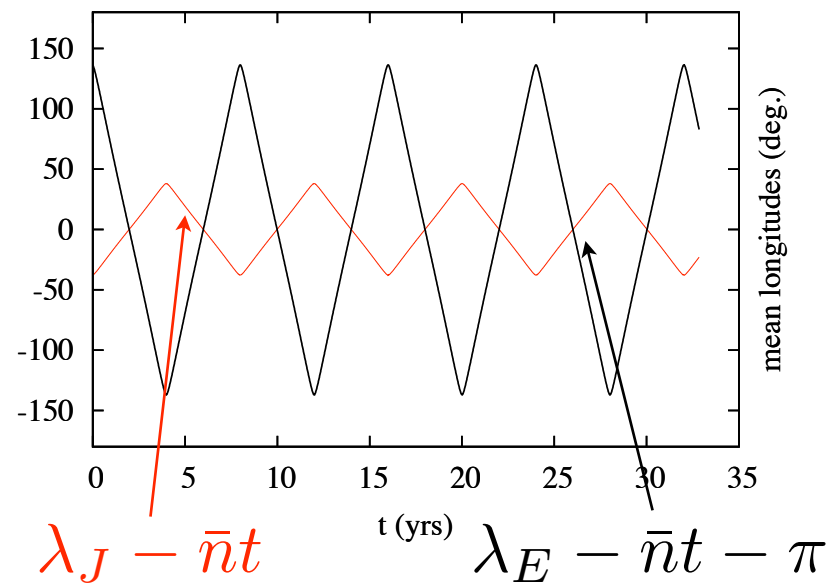
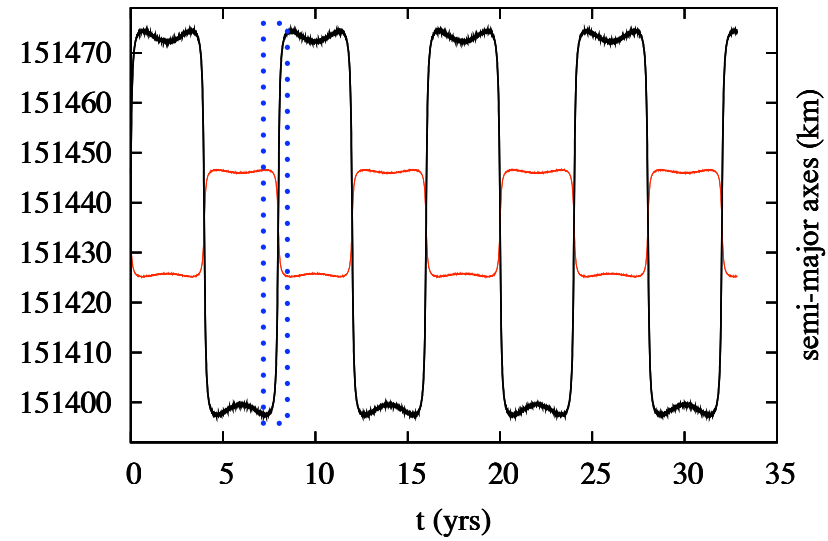
Orbital motion of Janus and Epimetheus



$\lambda_J - \bar{n}t$

$\lambda_E - \bar{n}t - \pi$

Orbital motion of Janus and Epimetheus



Mouvement orbital

$$a(t) = \bar{a}$$

$$\frac{2\pi}{\bar{n}} \approx 0.7 \text{ jours}$$

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \bar{n}t$$

$$e(t) = \bar{e} \quad (< 0.01)$$

$$I(t) = \bar{I}$$

$$\varpi(t) = gt + \varpi_0$$

$$\Omega(t) = st + \Omega_0$$

Mouvement orbital

$$a(t) = \bar{a} [1 + \mathcal{A}(\nu t)]$$

$$\frac{2\pi}{\bar{n}} \approx 0.7 \text{ jours}$$

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \bar{n}t + \mathcal{B}(\nu t)$$

$$\frac{2\pi}{\nu} \approx 8 \text{ ans}$$

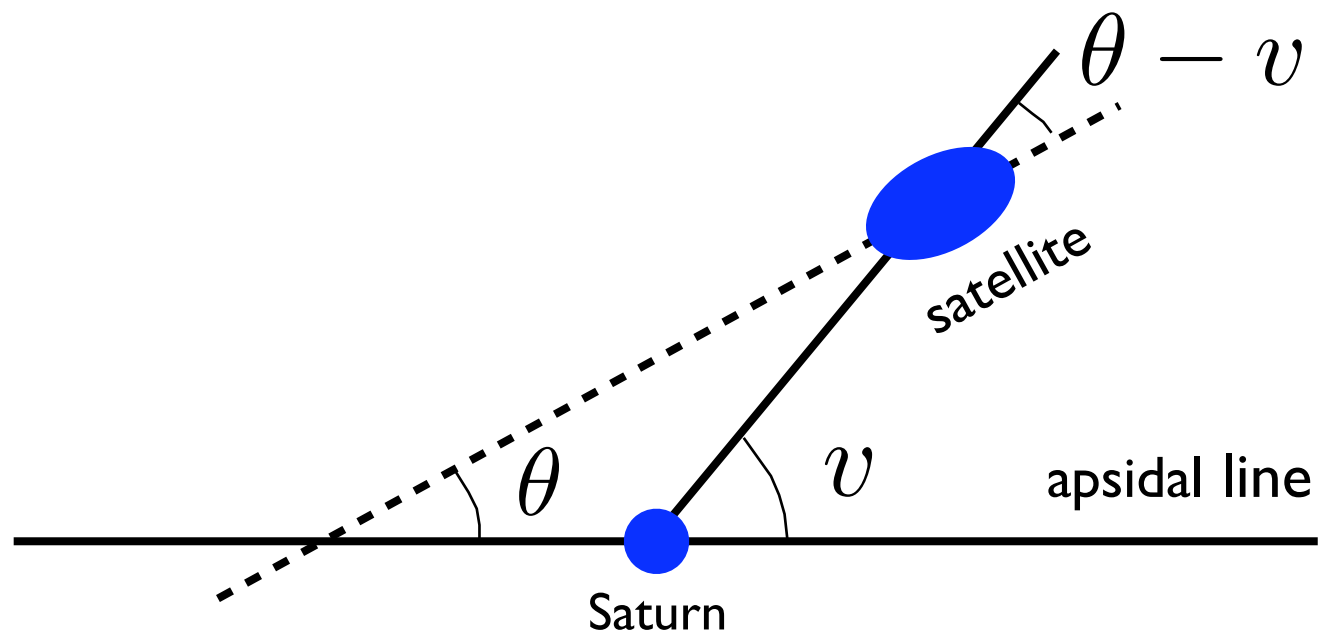
$$e(t) = \bar{e} \quad (< 0.01)$$

$$\frac{\nu}{\bar{n}} \approx 2 \times 10^{-4}$$

$$I(t) = \bar{I}$$

$$\varpi(t) = gt + \varpi_0$$

$$\Omega(t) = st + \Omega_0$$



Modèle plan :
inclinaison nulle
obliquité nulle

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin 2(\nu - \theta) = 0$$

$$\sigma^2 = 3n^2 (B - A)/C \quad A < B < C$$

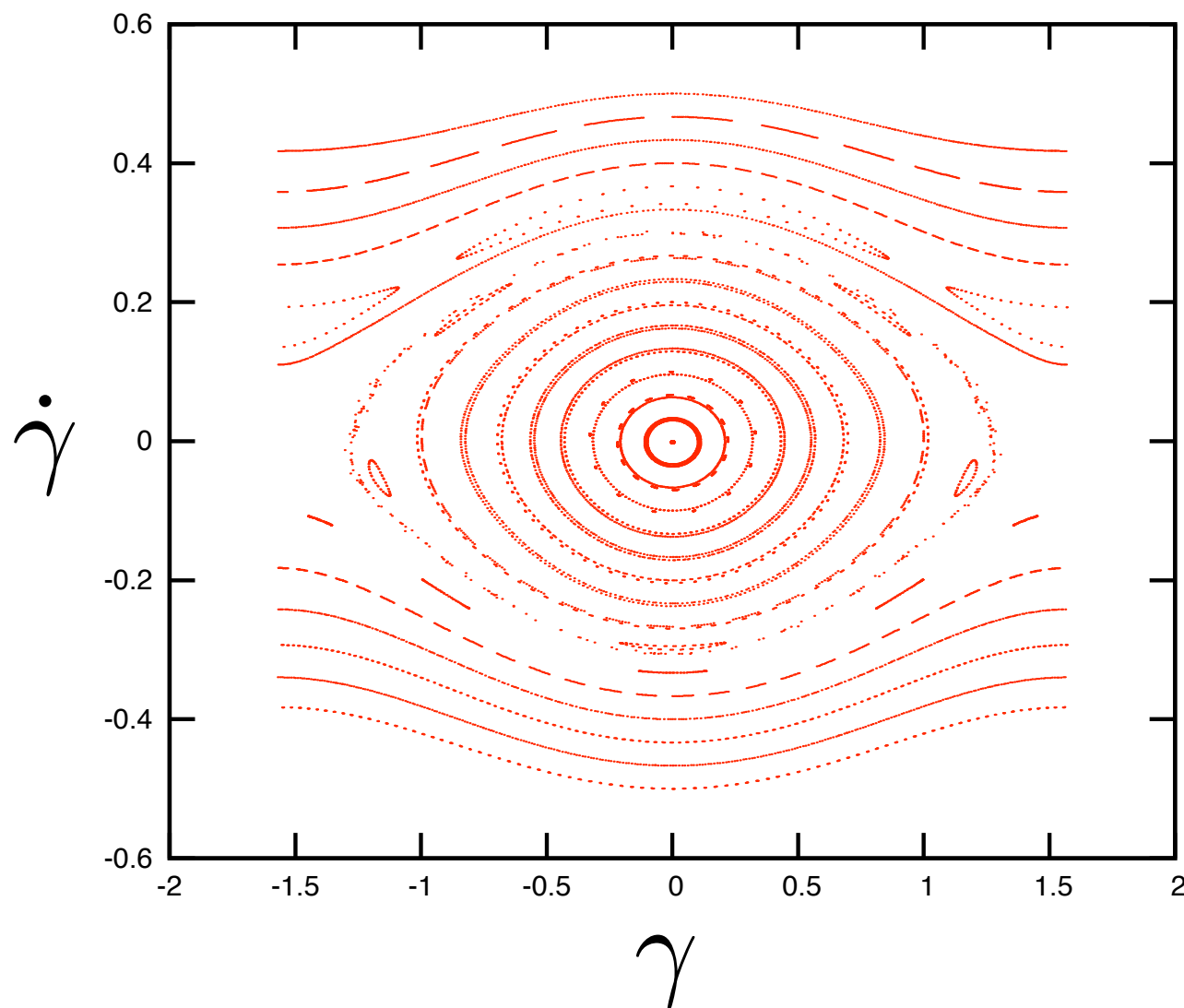
Orbite képlérienne

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(v - \theta) = 0$$

$$M = nt$$

$$v = M + 2e \sin M + O(e^2)$$

section $M = 2k\pi$



angle de libration

$$\gamma = \theta - nt$$

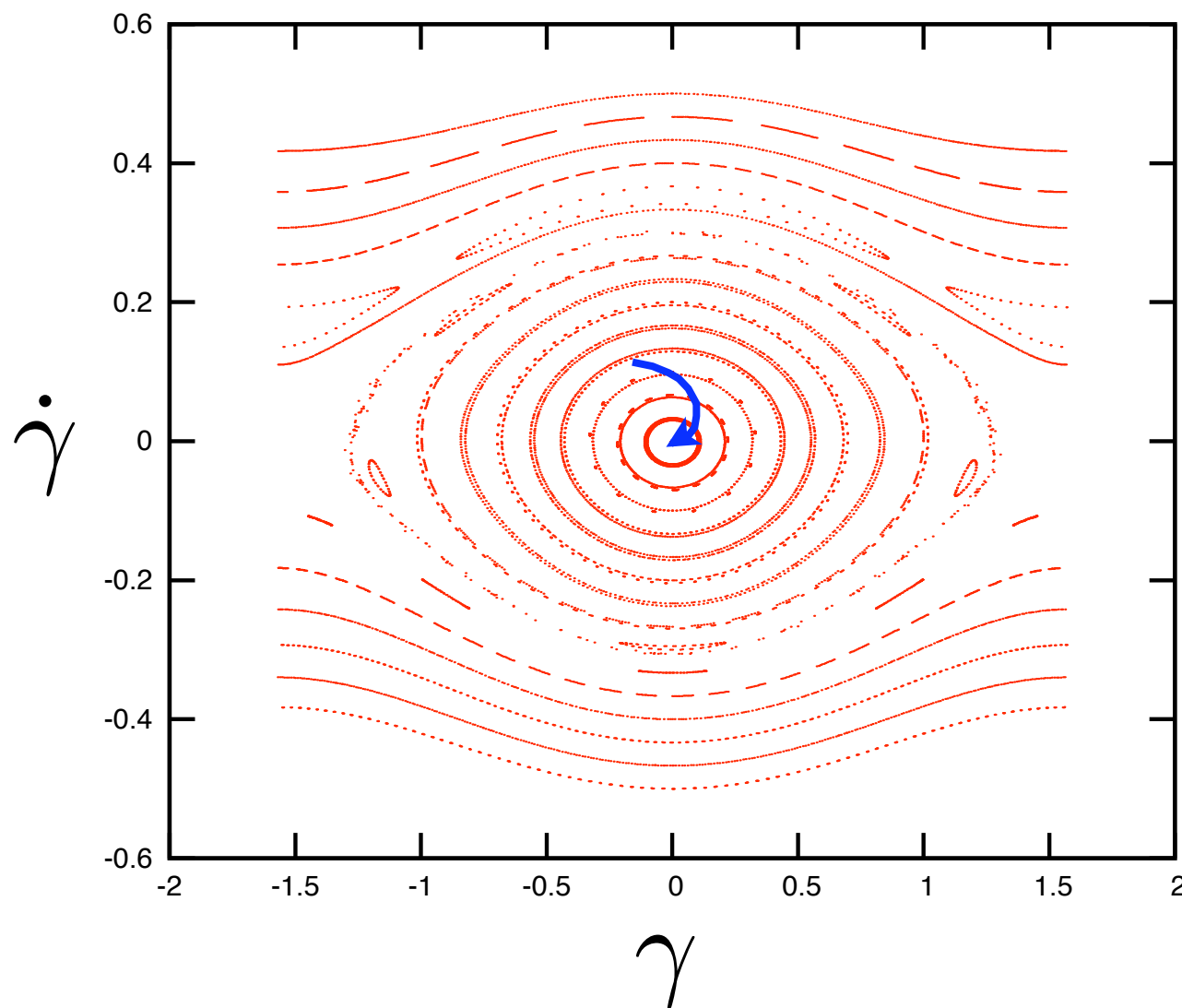
Orbite képlérienne

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(v - \theta) = 0$$

$$M = nt$$

$$v = M + 2e \sin M + O(e^2)$$

section $M = 2k\pi$



angle de libration

$$\gamma = \theta - nt$$

Dissipations de marrées :
amortissement de la
libration

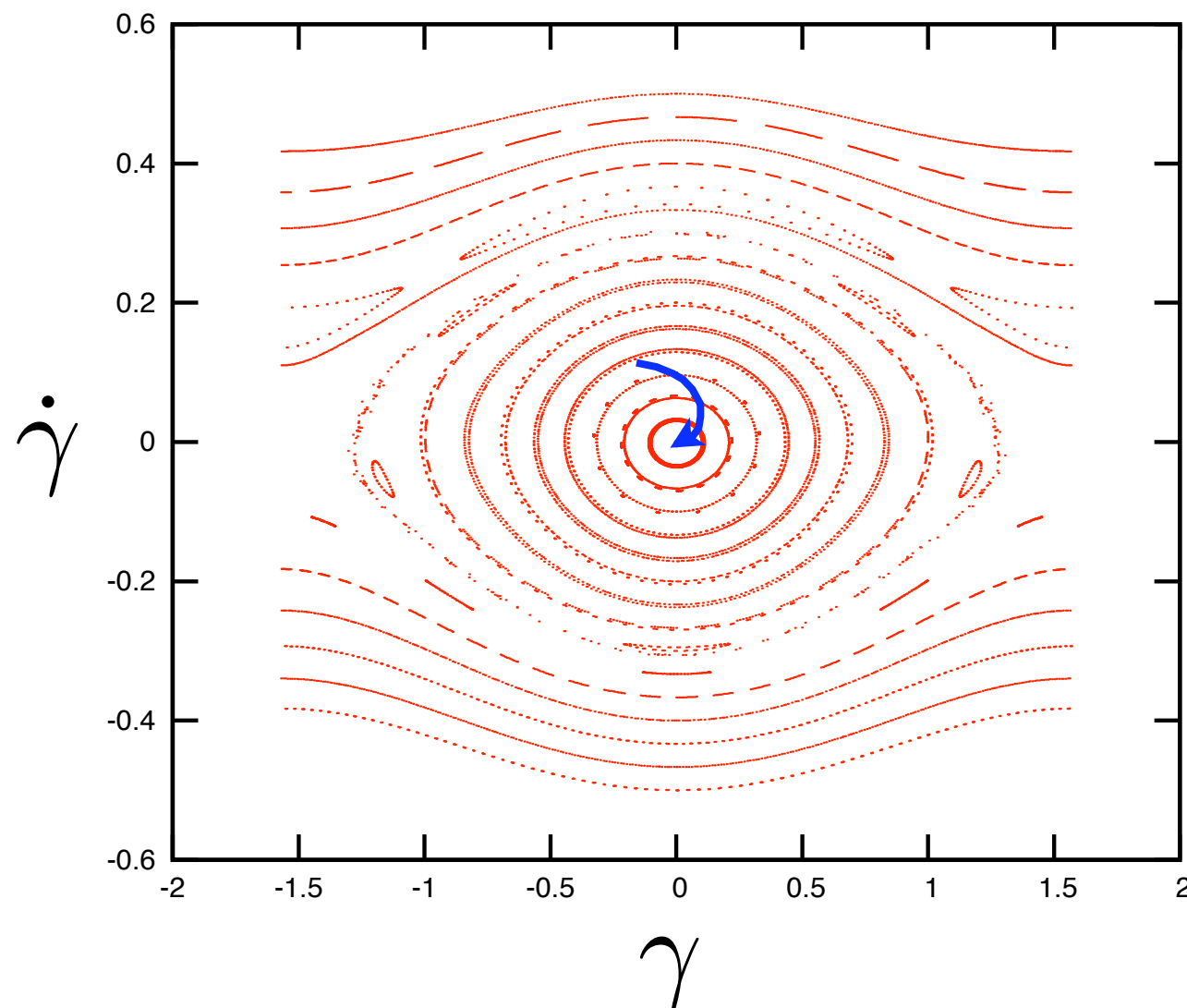
Orbite képlérienne

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(v - \theta) = 0$$

$$M = nt$$

$$v = M + 2e \sin M + O(e^2)$$

section $M = 2k\pi$



angle de libration

$$\gamma = \theta - nt$$

Dissipations de marrées :
amortissement de la
libration



Synchronisation parfaite

$$\theta = v$$

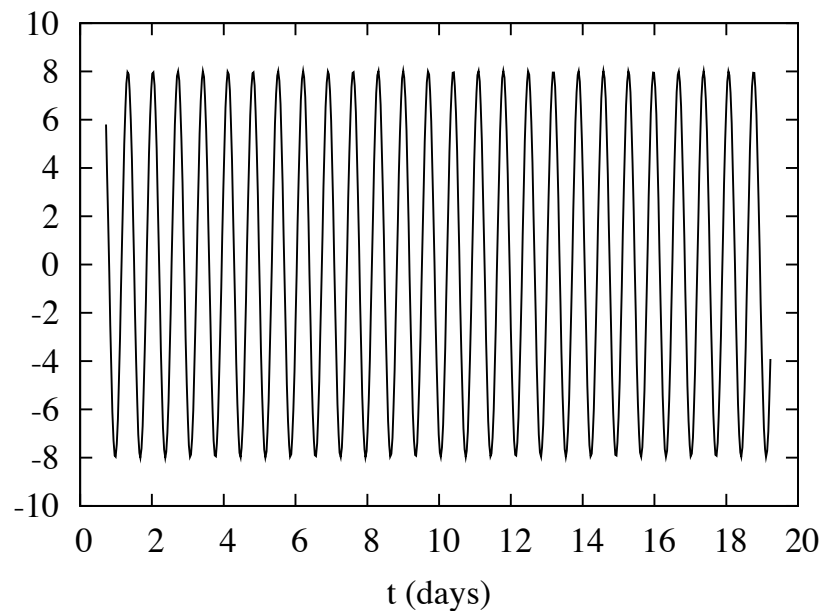
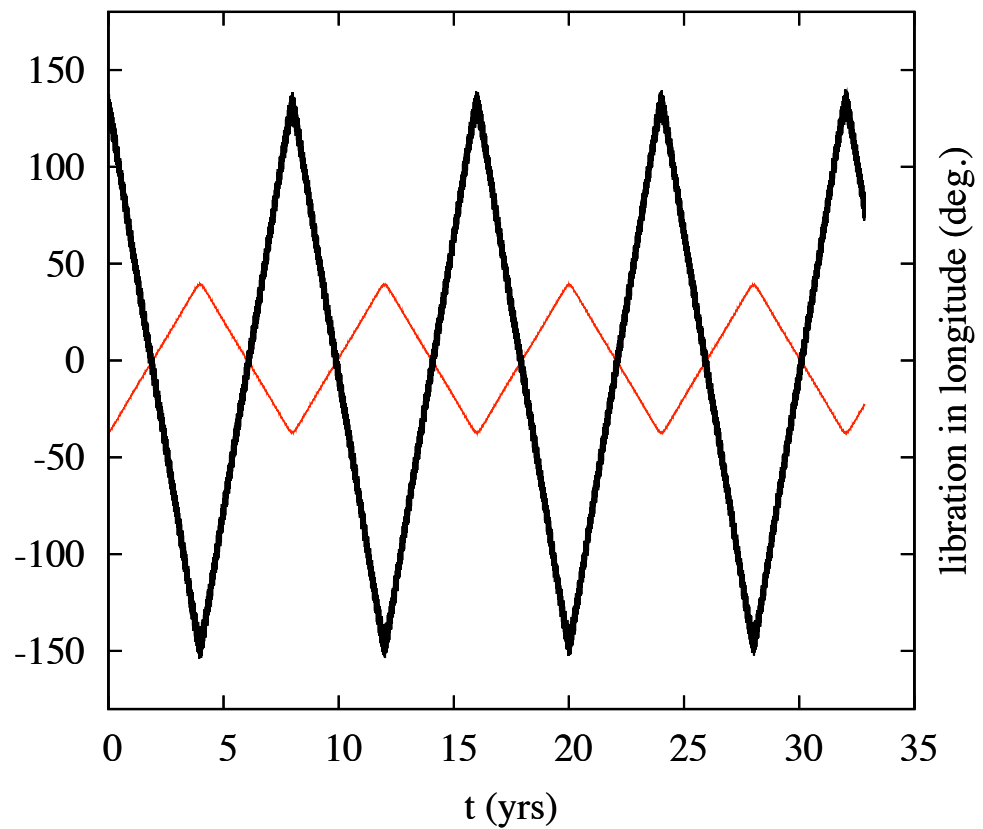
Libration forcée (orbite képerienne)

$$\gamma \approx \frac{2e\sigma^2}{\sigma^2 - n^2} \sin(nt)$$

L'orbite de Janus et Epiméthée n'est pas képlerienne

Solution numérique

$$\gamma = \theta - \bar{n}t$$



Indépendant de la forme
(B-A)/C

dépendant de la forme
(B-A)/C

Amp (deg)	Freq (rad/days)	Combin
115.30	-2.147269e-3	ν
13.29	-6.441806e-3	3ν
4.20	-1.073634e-2	5ν
3.80	9.008825	$\bar{n} + \nu$
3.79	9.013120	$\bar{n} - \nu$
2.88	9.015267	$\bar{n} - 2\nu$
2.88	9.006678	$\bar{n} + 2\nu$
1.93	-1.503088e-2	7ν
1.90	9.010973	\bar{n}

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(v - \theta) = 0$$

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(v - \theta) = 0$$

$$\theta = \bar{n}t + \gamma$$

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(\nu - \theta) = 0$$

$$\theta = \bar{n}t + \gamma$$

$$y = \gamma - B(\nu t)$$

$$\ddot{\theta} - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(\nu - \theta) = 0$$

$$\theta = \bar{n}t + \gamma$$

$$y = \gamma - B(\nu t)$$

$$\ddot{y} + \bar{\sigma}^2 y = 2e\bar{\sigma}^2 \sin(\bar{n}t + B(\nu t))$$

Lien entre :

la libration

la forme : (B-A)/C

l'interaction entre les 2 satellites

(fer à cheval, 8 ans)

$$\ddot{y} + \bar{\sigma}^2 y = 2e\bar{\sigma}^2 \sin(\bar{n}t + B(\nu t))$$

Développement en série de Fourier

$$\sum_k \alpha_k \sin((\bar{n} + k\nu)t)$$

Développement en puissances de $\frac{\nu}{\bar{n}}$

$$f(\bar{n}t) \sum_p \left(\frac{\nu}{\bar{n}}\right)^p g_p(\nu t)$$

Solution analytique

$$y(t) = \bar{e}\sigma^2 \sum_k \frac{\alpha_k}{\sigma^2 - (k\nu)^2} \sin((\bar{n} + k\nu)t + \varphi_k)$$

Beaucoup de données pour séparer les fréquences $\bar{n} + k\nu$

Décroissance assez lente des coefs. de Fourier

$$y(t) = \frac{2\bar{e}\bar{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2 - \bar{n}^2} \left(1 + 2\varepsilon \frac{\bar{n}^2}{\bar{\sigma}^2 - \bar{n}^2} B'(\nu t) \right) \sin(\bar{n}t + B(\nu t)) + O(\varepsilon^2)$$

S'adapte moins bien à l'ajout de perturbations

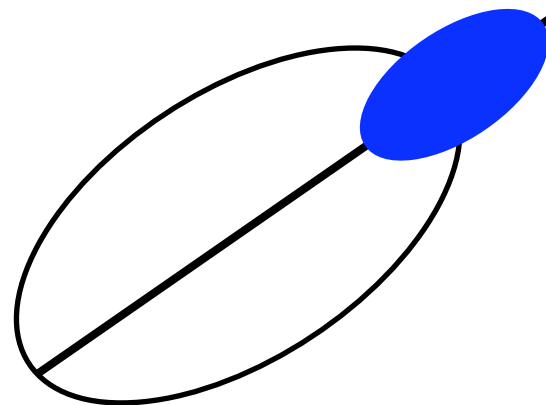
2 formalismes analytiques pour la libration (en longitude)

Simplement adaptable en 3 D

Différence avec les résultats de Tiscareno :
déphasage du grand axe d'Epiméthée au péricentre (~ 5 degrés)

Inhomogénéité ?

Marées ?



Solution : réduire les images Cassini à l'aide de nos solutions analytiques ?

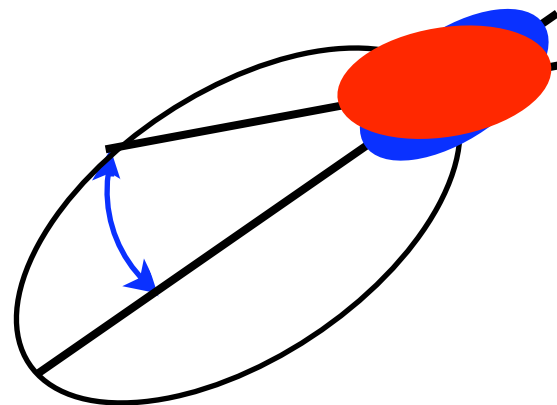
2 formalismes analytiques pour la libration (en longitude)

Simplement adaptable en 3 D

Différence avec les résultats de Tiscareno :
déphasage du grand axe d'Epiméthée au péricentre (~ 5 degrés)

Inhomogénéité ?

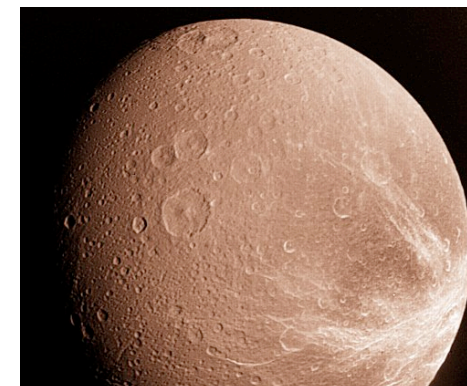
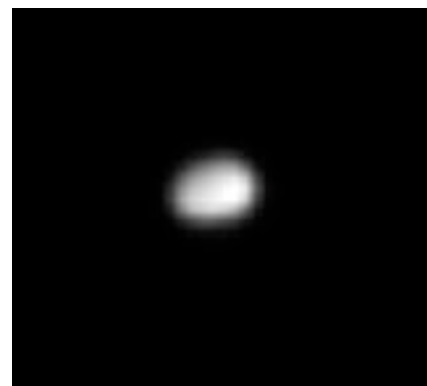
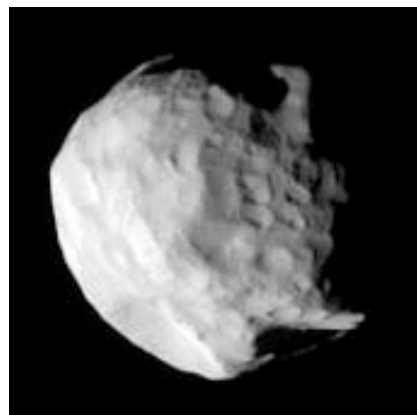
Marées ?



Solution : réduire les images Cassini à l'aide de nos solutions analytiques ?

La méthode (séries de F.) s'adapte directement à la rotations de

Hélène et Polydeuces (L4 et L5 de Saturne-Dioné)



Telesto et Calypso (L4 et L5 de Saturne-Tethys)

